

I grupa

1. Izračunati x ako u binomnom razvoju $\left(\frac{\sqrt{2^{x-1}}}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2^x}\right)^6$ važi: $9T_3 - T_5 = 240$.
2. Vektori $\vec{d} = \vec{v} - 3\vec{w}$ i $\vec{e} = 2\vec{v} + 5\vec{w}$ su dijagonale paralelograma. Izračunati površinu paralelograma ako je $|\vec{v}| = 1$, $|\vec{w}| = 2$, $\sphericalangle(\vec{v}, \vec{w}) = 30^\circ$.
3. Ispitati funkciju $y = \frac{x^3 + 8x^2 + 27x + 27}{2(x+2)^2}$ i nacrtati joj graf ako se zna da je jedina realna nula te funkcije $x_1 \approx -1,62$.
4. Izračunati integral $\int \sin^2 4x \cos^3 2x dx$.

II grupa

1. Izračunati sve vrijednosti korijena $\sqrt[3]{z}$, ako je $z = (1+i\sqrt{3})(1+i)\left(\cos\frac{\pi}{12} - i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.
2. Dati su vektori: $\vec{a} = (0, 2\lambda, \lambda)$, $\vec{b} = (2, 2, 1)$, $\vec{c} = (-1, -2, -1)$. Odrediti vektor \vec{x} tako da je $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{x}$ i $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{x}$, a zatim dokazati da su vektori $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{c}$ i \vec{x} komplanarni.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj graf: $y = \frac{x^2 - 4}{x} e^{-\frac{5}{3x}}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{5x^2 - 12}{(x^2 + 6x + 13)^2} dx$.

III grupa

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$x - y + 2mz = 1$$

$$x + 3y - 2(m+1)z = -4m^2$$

$$x + y - z = 0.$$
2. Ako prava ima vektor pravca \vec{p} i ako je M_1 tačka van prave, a M_0 tačka na pravoj, onda je rastojanje tačke M_1 od prave dato formulom $d = \frac{|\vec{p} \times \overrightarrow{M_0M_1}|}{|\vec{p}|}$. Dokazati.
3. Ispitati funkciju $y = x - 6 \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right)$ i nacrtati joj graf, ako se zna da ta funkcija nema realnih nula.
4. Izračunati integral $\int x\sqrt{x^2 - 2x + 2} dx$.

Pismeni dio ispita iz Matematike 1 (MF), 26. januar 2012. (termin:12 sati)

Grupa A

1. Vektori $\overrightarrow{AB} = \vec{m} + 2\vec{n}$ i $\overrightarrow{AC} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$ su stranice trougla ABC . Izračunati obim i površinu trougla ABC , ako je $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 1, \sphericalangle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.

2. Diskutovati rješenja i riješiti sistem jednačina za razne vrijednosti realnog parametra

$$2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2$$

$$6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3$$

a: $6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9$

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + ax_5 = 1$$

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = (x^2 - x)e^{\frac{1}{x}}$

4. Riješiti integral $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x}}$.

Grupa B

1. Kroz tačku $P(1, 0, 7)$ povući pravu koja je paralelna ravni $3x - y + 2z - 15 = 0$ i koja siječe pravu

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$$

2. Diskutovati rješenja i riješiti sistem jednačina za razne vrijednosti realnog parametra

$$2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6$$

$$3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4$$

a: $9x_1 + 4x_2 + x_3 + ax_4 = 2$

$$5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + (a-4)x_4 = 10$$

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = 1 + \frac{1}{\ln(x+1)}$.

4. Riješiti integral $\int \frac{x^5 dx}{x^6 + 9x^3 + 8}$

Grupa C

1. Naći jednačinu prave koja sadrži tačku $M(1, -1, 2)$ i siječe pravu $p: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 3x + 2y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$ pod

pravim uglom.

2. Diskutovati rješenja i riješiti sistem jednačina za razne vrijednosti realnog parametra

$$ax + y + z = 0$$

a: $(a+1)x + (a+1)y + 2z = 0$

$$x + y + az = 0$$

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{x^3}{2x^2 + x + 1}$

4. Riješiti integral: $\int (x^2 + 1)\arctg x dx$